

LA LINGUA CHARACTERISTICA: EL PROYECTO LÓGICO DE GOTTLIB FREGE

ÁNGELA ROCÍO BEJARANO
Universidad Pedagógica Nacional, Colombia
Universidad de Salamanca, España

Una *lingua characteristic* debe, como Leibniz dice,
peindre non pas les paroles, mais les pensées
(Frege 1880/81, p. 13)

Resumen

Para Frege las relaciones lógicas se dan entre contenidos judicables, entre pensamientos. Aquellas relaciones son inferenciales. Los pensamientos se definen a través de sus relaciones inferenciales con otros. De acuerdo con esto es discutible afirmar, como lo hizo Schröder, que el proyecto lógico de Frege es como el proyecto lógico de Boole. También es cuestionable afirmar, como lo hizo Dummett, que la relación inferencial no es siempre central en el proyecto fregeano. En este texto defenderé una lectura del proyecto lógico de Frege, en contra de las posturas de Schröder y Dummett.

Palabras clave: relación lógica, lógica, Frege, Boole, *lingua characteristic*, inferencia.

Abstract

For Frege logical relations exist between propositional content, between thoughts. These relations are inferential. Thoughts are defined through their inferential relations with others. It's false to say, as did Schröder, the fregean logic is like Boolean. It is also wrong to say, as did Dummett, the inferential relation is not always central to Frege's project. In this paper I defend a reading of Frege project logic, against the positions of Schröder and Dummett.

Keywords: logical relation, logic, Frege, Boole, *lingua characteristic*, inference.

Recibido: 11/05/2016. *Aceptado:* 14/07/2016.

El proyecto fregeano, contexto y polémica

En 1879 Frege presenta su primera gran obra: *Conceptografía, un lenguaje formal, semejante al de la aritmética, para el pensamiento puro*. En esta expone su proyecto y lleva el suelo matemático a un terreno lógico. Propone un lenguaje conceptual ideal para probar de la manera más segura la precisión de una determinada cadena de inferencias (Frege 1879, p. 3). Aunque la prueba pueda aplicarse a distintas ramas de la investigación científica, Frege centra su atención en la aritmética y esto lo lleva a afirmar que las verdades de la aritmética están fundamentadas en las verdades de la lógica.

Dado que el objetivo era probar rigurosamente la precisión de una cadena de inferencias, Frege construyó un lenguaje en el que ésta se pudiera expresar, sin que se colara nada intuitivo o sin que se dejara algo fuera de control. El lenguaje natural resultaba inadecuado para este proyecto, cuanto más compleja era la relación inferencial más inexacto resultaba. De ahí que Frege centrara su atención en el ideal leibniziano de un lenguaje universal.

En este lenguaje solo se expresaría aquello relevante para la secuencia de las inferencias, es decir, el *contenido conceptual* (Frege 1879, §3). Dado que el interés de Frege era probar la precisión de la cadena por la que se fundamentan verdades aritméticas en verdades lógicas, su lenguaje debía expresar el contenido de las verdades aritméticas y lógicas. No obstante, este lenguaje no se restringía a fin: podía servir para corregir lagunas en diversos lenguajes formales o podía aplicarse incluso a distintos campos del saber.

El lenguaje usado explicita las relaciones inferenciales. De ahí que el papel que cumplen las palabras lógicas y la notación lógica sea expresiva. Su función es hacer evidentes las relaciones inferenciales entre los contenidos judicables. Incluso la noción de verdad y de falsedad aparecen definidas, en textos de Frege, en tanto su rol inferencial. De ahí que cuestionemos las acusaciones de Dummett (1973, pp. 432-3), la noción de verdad no es como la de inferencia. La primera se define por la segunda. La verdad se define a través de lo que Frege conoce como las leyes del ser verdad. Estas son las que determinan las relaciones inferenciales entre contenidos judicables, entre pensamientos.

Pese a estos compromisos, Frege es interpretado de malas maneras, no solo por Dummett sino por dos de los representantes más destacados de la lógica, J. Venn y E. Schröder. Estos afirmaron que su lenguaje no era como el soñado por Leibniz, más bien era un cálculo que incluso ya había sido elaborado por G. Boole (Schröder 1880, pp. 81ss). El trabajo de Frege, en

opinión de estos lógicos, no cumplía con lo que prometía e incluso consistía en un modo más complicado y enredado de hacer lo que Boole ya había hecho en *Las Leyes del Pensamiento*.

Al conocer estas críticas, Frege decidió hacer explícitas las diferencias de su proyecto con el de Boole. Se esforzó teóricamente en mostrar las diferencias fundamentales. Fruto de ese esfuerzo salieron a la luz artículos como: “El cálculo lógico de Boole y la Conceptografía” (1880/1), “El lenguaje formal lógico de Boole y la Conceptografía” (1882) y “Sobre el propósito de la Conceptografía” (1883). En estos, Frege explica mejor su proyecto y responde a las críticas planteadas.

No quiero presentar una lógica abstracta con fórmulas, quiero expresar un contenido con signos escritos con la mayor claridad y precisión que sea posible obtener con palabras. De hecho, no quiero crear un simple *calculus ratiocinator* sino una *lingua característica* en el sentido de Leibniz, aunque reconozco que el cálculo inferencial mencionado es un componente necesario de la *Conceptografía* (1883, pp. 90-91).

Frege aclara que su interés en el contenido expresado, y no solo en las meras fórmulas carentes de contenido, hace a su proyecto distinto al que propone Boole. Este último centra su atención en la creación de una técnica que le permita resolver sistemáticamente las ecuaciones lógicas, tal y como lo hace la aritmética. Su proyecto por tanto es distinto. Con esto, Frege intenta responder a Schröder, quien afirma que tal vez sin que el mismo Frege lo note su obra se parece más al *calculus ratiocinator* que a la *lingua característica* que soñaba Leibniz (1880, pp. 84ss).

Pese a estos esfuerzos teóricos, los lógicos y matemáticos de la época se mostraron hostiles ante la iniciativa. De hecho, el primero de estos documentos fue rechazado en cuatro revistas alemanas. Este y otros artículos fueron publicados muchos años después de la muerte de Frege, en los Escritos Póstumos en 1969.

Los esfuerzos teóricos de Frege se dirigieron a mostrar que su propuesta era radicalmente distinta de la de Boole; esto lo llevó a caracterizar en detalle su proyecto. De ahí que estos textos resulten fundamentales para entenderlo, dado que dan luces sobre cuestiones de gran peso en el trabajo de este matemático alemán, como su forma de entender la lógica. Estas ideas además son coherentes y compatibles con las propuestas de los escritos posteriores a estos, incluyendo los tardíos. Tanto así que es posible responder con ellas a algunas críticas de sus colegas.

En este artículo parto del análisis de dichos trabajos y del debate que hay de fondo, con el objetivo de acercarme al proyecto lógico de Frege y a su forma de entender algunas nociones, como conectiva lógica y relación

lógica. Además, con el fin de tomar algunas ideas para responder a críticas posteriores y para revisar algunas implicaciones de asumir estas posiciones.

Lingua característica o calculus ratiocinator

En esta sección mostraré algunas diferencias básicas entre el proyecto de Frege y el de Boole. Haré evidentes cuatro diferencias constitutivas de los proyectos, y a partir de ellas, me centraré en algunas nociones del proyecto fregeano, especialmente en la noción de relación lógica. Mostraré cómo las diferencias que aquí expongo implican una distinción fundamental entre la forma fregeana de entender esta noción y la forma en la que la entiende Boole.

En este texto defenderé mi punto de vista a partir de cuatro argumentos: primero, las propuestas son distintas en virtud del objetivo que los autores se proponen y en virtud de la naturaleza de sus proyectos. Segundo, existe una diferencia de los sistemas notacionales y de las estructuras básicas que ambos autores explicitan en sus simbolizaciones. Tercero, hay una distinción entre la lógica propuesta por Frege y la de Boole. Cuarto, los autores tienen formas distintas de entender y usar las conectivas lógicas.

1. Argumento de las lógicas. Objetivo y naturaleza

Tanto Frege como Boole tenían un interés particular en la matemática, en ambos proyectos existe una relación entre esta y la lógica. No obstante, la forma en la que entienden esa relación es distinta y tiene que ver con los objetivos que perseguían en sus proyectos. Frege, por su parte, tenía en mente una idea: la fundamentación de la matemática. Dirigió gran parte de sus esfuerzos teóricos en mostrar que las verdades de la aritmética estaban fundamentadas en las verdades de la lógica. Dado que estas son analíticas *a priori*, Frege quiso mostrar, en contra de Kant, que las verdades de la aritmética también lo eran (Frege 1884, pp. 12- 17). La aritmética no media la forma de la intuición pura. Para Kant todo conocimiento matemático debe exhibir sus conceptos en lo que conoce como intuición pura, y toda intuición es sensible. Esto es algo que Frege no admitiría. La sensibilidad no es condición del conocimiento matemático. Hay objetos que podemos conocer, como los números, que no son dados por los sentidos. Tanto las verdades de la aritmética como las de la lógica son *a priori*, son analíticos dado que pueden demostrarse apelando solo a leyes lógicas y a definiciones.

Probar la analiticidad de los enunciados aritméticos llevó a Frege a construir una prueba que le permitiera evaluar la cadena de inferencias que existe entre estas verdades y las de la lógica (Frege 1879, p. 3). Este desarrolló una prueba que le permitiera verificar, atendiendo a los contenidos, si había una relación de fundamentación entre unas verdades y otras. Para mostrar con esto que las verdades de la aritmética eran analíticas, *a priori*, dada su relación inferencial con las verdades de la lógica. De ahí que el lenguaje y el proyecto de la *Conceptografía* atendieran al contenido de los pensamientos allí expresados, al contenido de esas verdades relacionadas lógicamente.

El proyecto de Boole era distinto, en *Una Investigación sobre las Leyes del Pensamiento* este matemático afirma que su propósito es investigar las leyes fundamentales de las operaciones mentales que tienen lugar cuando se razona. Para expresar estas leyes se ve en la tarea de construir el lenguaje notacional de un cálculo. El resultado de esta investigación será el fundamento de la ciencia y el método de la lógica (Boole 1854, p. 1).

Dado que el método está construido a partir de las leyes que rigen las operaciones mentales, puede arrojar luces importantes sobre el funcionamiento de la mente humana. Para Boole la lógica es posible gracias a que en nuestras mentes habitan nociones generales, por medio de ellas podemos agrupar distintos individuos en una clase y designarlos, en conjunto, con un nombre. Por medio de una operación mental podemos separar alguno de los individuos de la clase y concebirlo independientemente de los demás. Estas operaciones posibilitan la lógica. De ahí que el estudio de esta esté relacionado con el estudio de las operaciones mentales que tienen lugar cuando usamos esas nociones (Boole 1847, p. 42).

En suma, el proyecto lógico de Boole consiste en estudiar las leyes que rigen las operaciones mentales y expresarlas en el lenguaje notacional de un cálculo. Así, la lógica se ocupa de los actos mentales y de las leyes que los regulan y es el lenguaje simbólico del cálculo el que le permite expresar dichos actos.

Además, la lógica se despliega en un lenguaje algebraico. Una posible razón para defender lo anterior es que la lógica se ocupa de las operaciones mentales que tienen lugar cuando usamos nociones generales, o clases, y aquellas están supeditadas a leyes. Dichas leyes son susceptibles de ser expresadas matemáticamente (Boole 1848).

Hasta aquí podemos encontrar algunas diferencias:

Primero, la lógica de Boole depende de actos mentales y, en ese sentido, resulta útil para indagar algunas cuestiones sobre el funcionamiento de la mente humana. Para Frege, esa idea es del todo incorrecta: la lógica no

tiene como tarea investigar las mentes ni los contenidos de la conciencia de los hombres. “Hay que separar tajantemente lo psicológico de lo lógico, lo subjetivo de lo objetivo” (1884, p. 38). En ese sentido, mientras que la lógica de Boole se ocupa de actividades mentales, la de Frege cobra la mayor distancia posible de estas. Esta idea también aparece en los escritos tardíos del lógico alemán. Frege invierte partes importantes de sus escritos, sus investigaciones lógicas, en aclarar la distinción entre lo concerniente a los actos mentales y lo que le compete a la lógica. Tal es el caso de “El Pensamiento”, texto de 1918. Boole, claramente, es psicólogo, algo que Frege critica con mucha vehemencia. La lógica se ocupa de las relaciones inferenciales entre contenidos. Estos no dependen de la mente humana y no son objeto de la psicología.

La propuesta de Frege es inferencialista porque es una propuesta acerca del contenido de un enunciado y acerca de la forma en la que este se individualiza. Esto es, en sus relaciones inferenciales con otros contenidos proposicionales:

En mi modo de representar un juicio no tiene lugar una distinción entre sujeto y predicado. Para justificar esto, advierto que los contenidos de dos juicios pueden ser distintos de doble manera: primero, que las consecuencias que se puedan derivar de uno, en combinación con otros juicios determinados, se sigan también del otro, en combinación con los mismos otros juicios; en segundo lugar, que no sea este el caso. La dos proposiciones: “en Platea derrotaron los griegos a los persas” y “en Platea fueron derrotados los persas por los griegos”, se distinguen de la primera manera. Aún cuando se puede reconocer una pequeña diferencia en el sentido, la concordancia, no obstante prevalece. Así, a aquella parte del contenido que es la misma en ambas, lo llamo el contenido judicable. Puesto que solo éste tiene significado para la conceptografía, no necesito hacer distinción alguna entre proposiciones que tienen el mismo contenido judicable (Frege 1879, §3).

La individuación por eso no tiene que ver con procesos mentales de quienes piensan los contenidos, estos resultan ajenos a la consideración lógica.

Segundo, el simbolismo de Boole da cuenta de los conceptos o nociones generales que existen en la mente humana y con los cuales esta opera, mientras que el simbolismo de Frege puede explicar la formación de nuevos conceptos a través de las relaciones inferenciales de los contenidos en los que estos conceptos tienen lugar. Tanto la notación conceptual de Frege como los operadores lógicos que usa tienen funciones inferenciales: exhiben las relaciones lógicas que hay entre distintos contenidos (1918, §155; 1923, p. 276).

Tercero, el objeto que entra en cuestión para el proyecto lógico de Boole es la actividad mental que tiene lugar cuando se opera con nociones generales.

El que entra en cuestión, para Frege, es el contenido conceptual que se relaciona inferencialmente con otros contenidos. Este contenido, que más adelante será llamado *pensamiento* es la unidad mínima de significado, la protagonista de las cadenas lógicas (1918). Ningún concepto puede significar si no es a la luz de un contenido proposicional, de un pensamiento. Este último es conocido como el principio fregeano de contexto.

Cuarto, el objetivo de Frege era fundamentar la matemática en la lógica. El de Boole era fundamentar la lógica en operaciones mentales y expresarla por medio de un cálculo. Mientras que Boole hacía depender la lógica de un modelo matemático, dado que esta adquiriría la forma de cálculo, Frege buscaba hacer depender la matemática de la lógica.

En ese sentido, los proyectos resultan distintos, en tanto la lógica que conciben y la perspectiva desde la cual la entienden: por una parte, una lógica cuyo centro de análisis es la relación inferencial entre contenidos proposicionales, y que fundamenta a la matemática, y otra cuyo interés está en los actos mentales que tienen lugar cuando se opera con clases, y que está fundamentada en la matemática.

2. Argumento de los signos y garabatos

La diferencia notacional de los proyectos lógicos de Frege y de Boole obedece a una diferencia más profunda en cuanto a la naturaleza de la lógica y a sus apuestas teóricas. Las simbolizaciones no solo se distinguen en la forma gráfica en la que se presentan, sino incluso en los signos que utilizan, la manera en la que los combinan y en las reglas que están presentes en cada sistema.

Para empezar, el sistema de Boole tiene un carácter secuencial y lineal. Dado que su lógica se despliega en un lenguaje algebraico, la manera en la que se representan las operaciones mentales que tienen lugar cuando usamos términos generales corresponde a la manera en la que se representan las ecuaciones en el álgebra. Incluso los signos usados corresponden a los del lenguaje algebraico.

Boole usa símbolos literales (x, y, z, \dots) para representar objetos, entendidos como sujetos de nuestras operaciones mentales; signos de operaciones ($+$, $-$) para representar las operaciones mentales en las que aquellos sujetos se combinan entre sí; y el signo de la igualdad $=$. Además, Boole usa los signos literales constantes (1 y 0), para representar aquellas clases que se componen de una totalidad o aquellas cuya extensión es vacía; y un símbolo para

introducir expresiones como 'algunos' (v)¹. Estos son los elementos básicos que componen el sistema de signos de la lógica booleana (1854, p. 19) y sobre los cuales se construyen las expresiones de su sistema, de acuerdo con reglas de formación. Es importante notar que estas tampoco se separan de las reglas de formación algebraicas. Por ejemplo, el signo de operación + es usado para combinar dos objetos representados por dos símbolos literales. En el lenguaje natural la expresión que estaría representada por + podría ser 'y' o incluso 'o'. Ambas expresiones se representan de igual manera y se entienden de acuerdo con las leyes algebraicas que determinan el uso del + (Boole 1847, pp. 61-62).

Así, tenemos un sistema lineal y secuencial, cercano al lenguaje algebraico y compuesto por signos que representan los sujetos y las relaciones que tienen lugar en las operaciones mentales en las que se involucran términos generales o clases.

Por otra parte, el sistema notacional de Frege es bidimensional: cada proposición se escribe en una línea distinta y se conecta con las otras por medio de líneas horizontales y verticales. Frege toma, de la teoría de las magnitudes, la distinción fundamental de los símbolos. Separa entre “aquéllos bajo los cuales se puede representar algo distinto, y aquellos que tienen un sentido totalmente determinado” (Frege 1879, §1). En otras palabras, distingue entre los términos cuyo significado varía, o variables y los términos cuyo significado siempre es constante, o constantes². Las primeras son usadas por Frege para representar generalidad.

Ahora bien, el sistema notacional de Frege representa relaciones entre pensamientos, entre contenidos  Siempre que aparezca un uno tendrá que aparecer el símbolo , compuesto por una barra horizontal y una vertical. La primera, conocida como barra de contenido, cumple la función de combinar, en un todo, los elementos que aparecen tras ella. Ese todo es el contenido que puede ser afirmado o negado. La segunda, o barra de juicio, representa la afirmación del contenido unificado por medio de la barra horizontal. Si la barra de juicio no está presente, lo que se expresa es una combinación de ideas cuya verdad no ha sido afirmada (Frege 1879, §2).

La forma bidimensional en la que Frege presenta su notación recibe algunas críticas. Para Schröder, por ejemplo, el sistema solo es un gran

¹ El significado, y el modo de usar estos símbolos o signos, tendrá lugar más adelante, cuando estudiemos los conectivos lógicos del sistema booleano y la diferencia entre proposiciones primarias y secundarias.

² En la siguiente sección ahondaremos en el significado de las constantes.

desperdicio de espacio (1890, p. 95). No obstante, Frege responde aduciendo a las razones por las cuales su notación debe presentarse de esta manera y no como la presenta Boole. Primero, el sistema notacional de Boole no es pertinente para expresar las relaciones entre contenidos, mientras que el suyo sí exhibe con claridad esas relaciones. Aquél sistema supone que la manera en la que pensamos puede ser reemplazada por una actividad meramente mecánica, algo que Frege critica fuertemente (Frege 1880/81, p. 35). Para este, la lógica se ocupa de las inferencias y estas son conexiones lógicas en las que se forman conceptos y se individualizan pensamientos. No es, por tanto, una mera actividad mecánica.

Para Frege el objetivo de Boole es construir una técnica que le permita resolver de forma sistemática problemas lógicos y, para ello, representa las proposiciones como ecuaciones, usando los signos propios del álgebra. El problema es que esta forma de representar deja de lado la preocupación por el contenido judicable, por el pensamiento, y esa preocupación concierne especialmente a la lógica (Frege 1880/81, p. 12). Esta diferencia es notable: la notación fregeana representa contenidos relacionados lógicamente. La booleana representa operaciones mentales entre términos.

Segundo, la notación de Boole le resulta cuestionable, dado que este usa los símbolos matemáticos para expresar relaciones lógicas. Para Frege, esto puede ser problemático a la hora de evidenciar las relaciones entre los signos y sus significados. No hay algo que impida que la lógica aporte sus propios signos, más bien un sistema lógico puede incluir signos matemáticos para expresar relaciones matemáticas. Pero los signos lógicos deben expresar relaciones lógicas, relaciones entre distintos contenidos. Esta es otra idea que Frege mantiene hasta sus escritos tardíos, las palabras lógicas tienen un rol expresivo: dicen algo con respecto al contenido, hablan de sus relaciones lógicas con otros pensamientos (Bejarano 2015). De ahí que siempre sean definidos a través de su rol inferencial.

Aunque es bien sabido que la simbolización fregeana no fue bien acogida, mientras que la de Peano o la de Lukasiewicz hicieron más historia. Pese a que dicha simbolización estaba fundada en una convicción profunda sobre la naturaleza de la lógica, a los lectores resultaba oscura y difícil. Los ojos de los lógicos no estaban entrenados para empezar a leer de un modo distinto.

3. Argumentos de las proposiciones y las clases

Para Boole los enunciados lógicos pueden ser de dos tipos: o bien pueden expresar relaciones entre clases o bien pueden expresar relaciones entre proposiciones. Los primeros son conocidos como proposiciones primarias y los segundos como proposiciones secundarias. La diferencia entre estos tipos de proposiciones implica, a su vez, una diferencia entre dos tipos de lógica: la lógica de clases, que compete a los primeros y la lógica de proposiciones, que parte de los segundos (Boole 1854, p. 51).

Una de las diferencias más importantes entre los dos proyectos es que Boole prioriza la lógica de clases sobre la de proposiciones, mientras que Frege prioriza la de proposiciones sobre la de clases. Las razones que ambos aducen para justificar su priorización están relacionadas con la naturaleza de sus proyectos y con la forma en la que ambos entienden la lógica.

Por una parte, Boole afirma que ambas proposiciones se expresan, en lenguaje lógico, con los mismos signos y bajo las mismas leyes. La única diferencia es una diferencia de interpretación, no de forma (Boole 1854, p. 38). De hecho, la teoría sobre las proposiciones secundarias puede entenderse analógicamente con la de las primarias (Boole 1854, p. 126). La lógica de proposiciones se basa en la lógica de clases. En ese sentido, hay una superioridad de la segunda sobre la primera.

Por otro lado, Frege es enfático en rechazar la propuesta de Boole: basar la lógica de proposiciones en la lógica de clases es incorrecto, porque las clases no se pueden desligar de los conceptos, son extensiones³ de estos (Frege 1895, p. 213), y un concepto solo puede entenderse en un contexto proposicional, de acuerdo con el principio de contexto, según el cual solo adquieren significado las expresiones y palabras como constituyentes de una proposición (Frege 1884, p. 38). De ahí que Frege abandone la distinción entre proposiciones primarias y secundarias y presente un sistema homogéneo, donde los conceptos y las proposiciones tienen lugar, donde se vinculen orgánicamente. En otras palabras, no toma los conceptos y las proposiciones de forma aislada, sino que las integra en una misma lógica (Frege 1880/81, p. 14).

Así, Frege da un papel protagónico a las proposiciones y al análisis de su estructura, con esto, centra su atención en las proposiciones secundarias. Su sistema lógico debe servirle para expresar las relaciones inferenciales que existen entre distintas proposiciones. Frege, sin duda, tiene un interés

³ La extensión de un concepto es su gama de valores, la suma de todos los objetos que caen bajo él (Frege 1891).

especial en los pensamientos y en sus contenidos, por eso estos constituyen su punto de partida, el asunto de la formación de los conceptos es considerado solo a partir de la pregunta por estos (Frege 1880/81, p. 16). Esta idea está representada en el Principio de Contexto. Principio que Frege mantiene a lo largo de su obra.

En este sentido, Frege no solo se opone a Boole, sino incluso a Aristóteles y al mismo Leibniz, dado que no acepta que las proposiciones se formen a partir de conceptos, sino que llega a estos solo a partir del análisis de aquellas (Frege 1880/81, p. 16). Esta propuesta incita a Schröder a afirmar que el proyecto de Boole es más cercano al de Leibniz que el de Frege, dado que este último concibe la relación entre conceptos y proposiciones de la forma opuesta a la de Leibniz (Schröder 1890, p. 95). Sin embargo, no hay que perder de vista las razones por las cuales Frege ve cercano su proyecto al de Leibniz, “Una *lingua characteristic* debe, como Leibniz dice, no pintar las palabras, sino los pensamientos”⁴ (1880/81, p. 13).

4. Argumento de la diferencia de conectivas y operadores

Otra de las diferencias fundamentales es el uso de las conectivas lógicas. Dado que Boole prioriza las proposiciones primarias sobre las secundarias, entiende las conectivas como funciones de términos que dan como resultado fórmulas atómicas. Frege, que prioriza las secundarias sobre las primarias, entiende las conectivas como operaciones de contenidos judicables⁵.

Por una parte, Boole entiende las palabras ‘y’ y ‘o’ de la misma manera; ambas son análogas al signo algebraico +, y representan la suma lógica. En términos de Boole “las palabras ‘y’, ‘o’ interpuestas entre los términos descriptivos de dos o más clases de objetos, implican que tales clases son completamente distintas, de tal modo que ningún miembro de una se halla en la otra”⁶ (Boole 1854, p. 23). El signo ‘-’ es análogo en el lenguaje natural a la expresión ‘excepto’. Esta operación solo puede aplicarse si la segunda clase está contenida completamente en la primera (Boole 1854, p. 24). La definición de estas operaciones fundamentales, en el proyecto de Boole, nos arroja luces importantes para concluir que estas son funciones de términos, significan operaciones que pueden tener lugar entre distintas clases, bien sea mostrando su diferencia, su inclusión o su exclusión.

⁴ La traducción es mía.

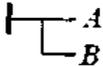
⁵ A excepción de la identidad de contenido.

⁶ La traducción es mía.

Por otra parte, Frege otorga al condicional un papel protagónico en su proyecto, dado su interés en evidenciar las relaciones inferenciales entre contenidos. Introduce la noción de condicionalidad de la siguiente forma: afirma que si A y B son contenidos judicables, entonces hay cuatro alternativas:

1. Que A sea afirmado y B sea afirmado
2. Que A sea afirmado y B sea negado
3. Que A sea negado y B sea afirmado
4. Que A sea negado y B sea negado

El símbolo de condicionalidad es representado por Frege como una barra vertical que sale de la barra de contenido de A y que se une a la barra de contenido de B. Para Frege, ese símbolo representa la relación de consecuencia entre un contenido y otro.

Así,  significa que no es posible que se dé la tercera posibilidad: que A sea negado y B sea afirmado. Dado que la relación de consecuencia sugiere que un contenido es condición de posibilidad del otro. Por eso, si el contenido antecedente se afirma, no es posible negar el consecuente (Frege 1879, §5).

Hasta aquí es claro que Frege usa su operador principal, el condicional, para hacer explícitas las relaciones inferenciales entre contenidos judicables. Además, es claro que en el proyecto fregeano la negación tiene un papel fundamental, a diferencia de Boole, Frege necesita entidades que puedan ser negadas y afirmadas.

Otra de las constantes que Frege usa en su proyecto es la de generalidad, y la entiende de la siguiente manera: si el contenido de un juicio se repre

senta de la siguiente forma: , quiere decir que el juicio de esta función, independientemente de lo que signifique a, es un hecho. En otras palabras, cuando la letra gótica aparece, la judicabilidad de la combinación de los símbolos que aparecen tras la barra de contenido permanece intacta (Frege 1879, §11).

Tanto el condicional, como la negación, conjunción, disyunción y generalidad son operadores de contenidos judicables. La manera en la que Frege los define y usa a lo largo de su obra nos habilita para pensar que estos operadores significan relaciones lógicas entre pensamientos. Desde la *Conceptografía* hasta la *Articulación de Pensamientos* Frege identifica los

operadores lógicos por alguna relación inferencial: la negación como lo que inhabilita un tránsito, el condicional como el que lo habilita; la conjunción como lo que habilita la afirmación de cualquiera de las partes, la disyunción como lo que habilita la afirmación de una de las partes. Su lenguaje lógico está diseñado para que las transiciones inferenciales estén representadas de forma explícita en la sintaxis (Frápolti y Villanueva 2013).

La noción de inferencia es fundamental en la obra fregeana, los operadores lógicos son definidos a través de la función que cumplen en una cadena de inferencias y las simbolizaciones exhiben dichas cadenas. Asimismo, la unidad mínima de significado, el pensamiento, es definido inferencialmente, se individúa considerando sus relaciones inferenciales con otros contenidos. Estas ideas son mantenidas por Frege a lo largo de su obra. De ahí que se pueda afirmar que la acusación de Dummett a Frege no está justificada. Para aquél Frege dejó de considerar a la inferencia como central en su proyecto, para considerar a la verdad como lo fundamental.

A este respecto (y sólo a este respecto) la nueva concepción de Frege sobre la lógica era retrógrada. Caracterizó la lógica diciendo que, mientras que todas las ciencias tienen como objetivo la verdad, en la lógica la verdad no es sólo el objetivo, sino el objeto de estudio. No obstante, la respuesta tradicional a la cuestión de cuál es el objeto de estudio de la lógica era la de que es la inferencia o, más correctamente, la relación de consecuencia lógica, y no la verdad. Ésta era la opción tradicional recibida a través de siglos de calma chicha en lógica, hasta que la cuestión fue revitalizada por Frege; y ciertamente es la concepción correcta (Dummett, 1973, p. 432).

Según Dummett el objeto de estudio de la lógica pasó a ser la verdad. En mi opinión, nunca dejó de ser la inferencia. La intuición de Dummett es cuestionable si se considera que Frege definió la noción de verdad a través de las leyes de la lógica. Es importante recordar que el significado de la palabra “verdad” solo se despliega en las leyes del ser verdad. Frege no define la verdad mediante una relación con el mundo, mediante relaciones referenciales primitivas. La verdad solo se define a través de las leyes del ser verdad, y estas son las que determinan las relaciones inferenciales entre contenidos judicables, entre pensamientos (1918).

La noción de verdad es determinante en dichas relaciones, porque habilita o no los tránsitos y la prevalencia de la verdad de un contenido antecedente a uno consecuente. En este orden de ideas, la lógica se ocupa de la verdad, no porque deje de lado la noción de inferencia y la reemplace, sino, precisamente, se ocupa de la verdad en tanto esta noción es determinante para la noción de inferencia, en respuesta a Dummett.

La verdad entra en consideración porque habilita tránsitos inferenciales entre pensamientos. De ahí que “verdadero” sea un operador de orden

superior, que opera con contenidos judicables. No es como “rojo”, “alcalino” o “ácido”, que son predicados que se afirman de objetos. No se dice que una manzana sea verdadera, como sí se dice que sea roja; más bien, se dice que es verdadero que la manzana es roja (Bejarano, 2015). Este último juicio habilita un juicio más: “es verdadero que la manzana es colorada”. La verdad de unos pensamientos habilita la verdad de otros.

Una idea de Frege que es importante mencionar en este punto es que “verdadero” aparece, gramaticalmente, como un predicado formal. Es decir, no agrega nada al contenido, al pensamiento.

A propósito de la oración “el agua del mar es salada”, Frege afirma que se requiere conocimiento del sentido de la palabra “salada” para comprender la oración, puesto que esta hace una contribución esencial al pensamiento. Con la palabra “verdadero” la cuestión es bastante diferente. Si ligo ésta a las palabras “que el agua de mar es salada” como un predicado, expreso un pensamiento que coincide con el sentido de la expresión “que el agua de mar es salada”. De esta manera, el sentido de la palabra “verdadero” no hace una contribución esencial al pensamiento (Frege, 1915, p. 251). En este sentido es distinto de muchos otros predicados. En *Logic*, Frege afirma que “se distingue de otros, porque con él se puede predicar lo que sea de lo que sea” (1897, p. 129). En otras palabras, “verdadero” se diría de pensamientos, y esos pensamientos podrían ser sobre cualquier concepto y cualquier objeto.

Por otra parte, que el significado de la palabra “verdad” solo se despliegue en las leyes del ser verdad nos habilita para afirmar que dichas leyes podrían ser las reglas de introducción y eliminación del predicado “ser verdadero”: por ejemplo, de “P” se sigue “es verdad que P” y de “es verdad que P” se sigue “P”. Esta propuesta es claramente inferencialista, dado que el significado del concepto se agota en sus reglas de introducción y eliminación. Frege no define la verdad mediante una relación con el mundo, ni con representaciones. La verdad solo se define a través de las leyes del ser verdad, y estas leyes son las que determinan las relaciones inferenciales entre contenidos judicables, entre pensamientos.

En *Logic*, y a propósito de esta misma idea, las leyes del ser verdadero se conciben como leyes de la inferencia válida (1897, p. 4). Con esto, y con lo anterior, se puede evidenciar que la noción de verdad se define en un contexto inferencialista, dadas las leyes que cumple y de las que se derivan prescripciones para inferir con validez. Así pues, y como ya habíamos anotado, la noción no aparece en relación con una representación de un concepto ni con una relación referencial primitiva, aparece afirmada de contenidos

judicables, y relacionada, directamente, con la validez de las inferencias que de estos contenidos se siguen o las que los anteceden.

Por otra parte, y en cuanto a la definición de verdad, Frege sostiene que es sui generis e indefinible, por dos argumentos: el primero es que la noción de verdad no se puede definir porque “en una definición han de especificarse determinadas características. Y al aplicarlas a un caso particular siempre surgiría la cuestión de si era verdad que esas características se dan” (1918, §60). El segundo argumento, a favor de que sea sui generis es que pese a que la verdad se comporta como un predicado formal, desde un punto de vista gramatical, que no agrega nada al contenido, parece que puede haber situaciones en las que el reconocimiento de verdad puede ser tan significativo que parece agregar algo (1918, §62).

Que “verdadero” no haga una contribución al contenido, que no afecte al pensamiento, es una idea que aparece desde la Conceptografía. En el parágrafo 2 Frege propone un símbolo para diferenciar el contenido de un juicio de una mera combinación de ideas. Para Frege, cuando aparece

ese símbolo () hay un compromiso con la verdad del contenido que aparece después de él. Si no aparece este símbolo, quien escribe, no se compromete con la verdad de aquello que se expresa. Pero el contenido no se afecta por eso. El contenido es el mismo, lo que cambia es el compromiso con la verdad de ese contenido, que adquiere quien lo adscribe. Tanto el significado de la barra de juicio, como su equivalente en lenguaje natural “es verdadero” o “es un hecho” no aportan al contenido judicable, aunque de ello no se sigue que no sean significativos. Son significativos en tanto son expresivos, en este caso de la aseveración, del compromiso adquirido. Así pues, la verdad puede entenderse como un operador de orden superior que se satura con contenidos proposicionales.

También es cierto que Frege definió antes a lo verdadero como un objeto (1891, 1892), como la referencia de una oración. Su sentido es el pensamiento que expresa. Aunque esto parezca estar en contra de una perspectiva infencialista en la obra fregeana, no hay que dejar de lado que en el sistema teórico de Frege la noción de objeto es amplia. Una referencia no está definida como un objeto del mundo, sino como una entidad saturada, de la que puedo predicar. En otros términos, es aquello que completa lo incompleto, lo que se predica o se relaciona. Y dado que un operador puede saturar a una función, de él se puede predicar y se puede relacionar, no hay problema en considerarlo como un objeto. Las dos propuestas son coherentes, una no se opone a la otra.

Distinto al punto de vista que aquí se mantiene, Dummett afirma que “Segue siendo cierto que la representación de la lógica como referente a una característica de las oraciones, la verdad, y no a la transición de oraciones a oraciones, ha tenido efectos muy perjudiciales tanto en lógica como en filosofía” (Dummett, 1973, p. 433). Así pues, la verdad para este lector de Frege no es un operador sino una característica de la oración.

Para seguir apoyando la postura que defiende, traigo a colación un texto tardío de Frege “Composición de pensamientos”. En este aparece en funcionamiento la noción de verdad, y aparece, precisamente, apoyando la idea de que la verdad es relevante para la lógica en tanto es relevante para los tránsitos inferenciales entre pensamientos. Veamos:

Si A es verdadera y B es verdadera, puedo concluir que (A y B) es verdadera (Frege, 1923, §40).

También puede citarse aquí una inferencia:

No (A y B) es verdadero;
A es verdadero; por lo tanto,
B es falso (Frege, 1923, §41).

Entendiendo A y B como contenidos proposicionales, es posible notar que la noción tiene un papel fundamental en los tránsitos inferenciales, en los que la verdad puede o no prevalecer de un contenido a otro. La verdad más que como una característica de una oración aparece como la habilitadora o inhabilitadora de tránsitos inferenciales, de relaciones lógicas entre contenidos.

Consideraciones finales

Con el objetivo de desarrollar una prueba que le permita verificar, atendiendo a los contenidos, si hay una relación de fundamentación entre unas verdades y otras, Frege se ocupa de construir un lenguaje que le sirva para expresar solo lo relevante para la prueba: el contenido judicable, el pensamiento. De ahí que no considerara expresiones que no fueran parte estricta de los contenidos que aparecen en la cadena examinada.

Dado este objetivo Frege presenta un sistema notacional bidimensional, que le permita exhibir de una manera clara las relaciones inferenciales entre contenidos. Con esto, su interés versa sobre los contenidos proposicionales, de ahí que otorgue primacía a las proposiciones y no a las clases, y que use las conectivas lógicas de una forma expresiva, para hacer explícitas esas relaciones entre contenidos. Tanto el carácter bidimensional de su

representación lógica, como su interés en los contenidos proposicionales y las definiciones de los operadores lógicos se explican con coherencia y sentido desde una perspectiva inferencialista.

Teniendo en cuenta estas diferencias es fácil concluir que el proyecto fregeano es similar a la *lingua characteristic* soñada por Leibniz. No solo porque Frege no buscaba construir un cálculo que le permitiera resolver de forma sistemática problemas lógicos, sino porque Leibniz pretendía, con este lenguaje, expresar adecuadamente las verdades de la ciencia y la formación de sus conceptos. Dado que Frege tiene en mente la expresión de contenido, construye un lenguaje en el que pueden expresarse las verdades, no solo de la aritmética, sino incluso de distintas ciencias. Frege, al igual que Leibniz, centra su atención en la idea de pintar pensamientos.

Frege tiene una aproximación inferencialista⁷ a los contenidos judicables, posición que mantiene a lo largo de su obra y que lo obliga a construir un lenguaje lógico en el que las relaciones inferenciales queden explicitadas en la sintaxis. De esto no se sigue, de ninguna manera, que las relaciones lógicas sean relaciones sintácticas. Si tenemos en cuenta que las conectivas lógicas explicitan relaciones lógicas y que Frege usa las conectivas para hacer explícitos los tránsitos inferenciales entre contenidos judicables, podemos afirmar que las relaciones lógicas son relaciones inferenciales entre esos contenidos.

Entender las relaciones lógicas así es indispensable para entender el proyecto fregeano: por una parte, nos ayuda a comprender por qué la lógica que construye Frege tiene como operador principal el condicional y por qué su prueba lógica tiene el objetivo de verificar la precisión de una cadena inferencial; por otra parte, nos permite entender por qué Frege otorga primacía a las proposiciones, dada su aproximación inferencial a los contenidos; e incluso nos da razones por las cuales su sistema notacional es bidimensional, en virtud de lo que quiere representar.

Tanto los textos tempranos de Frege, en los que defiende a ultranza sus intuiciones, como los tardíos, en los que expande y completa su propuesta, mantienen una perspectiva inferencialista. No es difícil encontrar ejemplos de operadores y conceptos definidos en tanto su rol inferencial. De ahí que existan buenas razones para considerar el inferencialismo fregeano. Esta es

⁷ El inferencialismo es una propuesta acerca de qué constituye el contenido de nuestros actos lingüísticos. Las propuestas inferencialistas sustituyen la relación clásica entre mundo y lenguaje por las relaciones de inferencia entre contenidos judicables (Frápolli y Villanueva, 2013).

una respuesta a las críticas de Schröder y Dummett, ni el proyecto es como el de Boole, ni como el que Dummett imagina.

Bibliografía

- Bejarano, A. (2015): “Inferencia, no verdad”, en *Lógica, argumentación y pensamiento crítico: su investigación y didáctica*, México, Academia Mexicana de Lógica y Universidad de Guadalajara.
- Boole, G. (1847): *The mathematical analysis of logic*, London, Macmillan. Versión en castellano de E. Requena. *El análisis matemático de la lógica*, Madrid, Cátedra, 1979.
- Boole, G. (1848): “The Calculus of Logic”, en Boole, 1952, pp. 125-141.
- Boole, G. (1952): *Studies in Logic and Probability*, London, Watts & Co. Corcoran, J., Wood, S, 1980.
- Boole, G. (1854): *An investigation of the laws of thought, on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities*, London, Macmillan. Reeditado, New York, Dover Publications, Inc., 1958.
- Boole, G. (1855): “Logic and Reasoning” en Boole (1952), 211-229.
- Dummett, M. (1973): *Frege’s Philosophy of language*. New York: Harper y Row.
- Frápolli, M. J. y Villanueva, N. (2013): “Frege, Sellars, Brandom. Expresivismo e Inferencialismo contemporáneos” en D. Pérez Chico (ed.), *Perspectivas en Filosofía Contemporánea*, Universidad de Zaragoza.
- Frege, G. (1879): “Conceptografía, un lenguaje de fórmulas, semejante al de la aritmética, para el pensamiento puro”, México, UNAM, Instituto de Investigaciones Filosóficas, 1972.
- Frege, G. (1879-1891), “Logic” en *Posthumous Writtings*. Oxford, Basil Blackwell, pp. 126-51.
- Frege, G. (1880/81): “Boole’s logical calculus and the Concept-schrift” en Frege, G. (1979), *Posthumous Writtings*, Oxford, Basil Blackwell, pp. 9-46.
- Frege, G. (1881): “Cartas a Husserl” en *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*, traducido por Luis M. Valdés, Madrid, Tecnos, pp. 80-83.
- Frege, G. (1882): “Boole’s logical Formula-language and my Concept-script” en Frege, G. (1979), *Posthumous Writtings*, Oxford, Basil Blackwell, pp. 47-52.
- Frege, G. (1883): “On the aim of the ‘Conceptual Notation’” en *Conceptual Notation and related articles*, ed, T. W. Bynuni, pp. 90-101.

- Frege, G. (1884): *Los Fundamentos de la Aritmética. Escritos Filosóficos*, Barcelona, Crítica, 1996.
- Frege, G. (1895): “A critical elucidation of some points en E. Schröder’s *Vorlesungen über die Algebra der Logik*”, traducido por Geach, en Geach & Black, *Translations from the philosophical writings of Gottlob Frege*, Blackwell, pp. 210-228.
- Frege, G. (1918): “El pensamiento. Una investigación lógica” en *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*, traducido por Luis M. Valdés, Madrid, Tecnos, pp. 196-225.
- Frege, G. (1923): “Composición de pensamientos” en *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*, traducido por Luis M. Valdés, Madrid, Tecnos, pp.248-274.
- Schröder, E. (1880): “Review of Frege’s *Begriffsschrift*” en *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 25, Historisch-literarische Abtheilung, pp. 81-94.
- Schröder, E. (1890): *Vorlesungen über die Algebra der Logik*, Band I, Leipzig, Teubner.