

APLICACIONES INTENCIONALES DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

MARIANO LASTIRI*

Universidad de Buenos Aires / CONICET (Argentina)

Resumen

Este trabajo presenta algunas discusiones preliminares a una reconstrucción de la mecánica cuántica desde una perspectiva estructuralista. Intento responder a la pregunta por los términos MQ- no teóricos, es decir, qué magnitudes pueden ser medidas con independencia de la *ecuación de Schrödinger* y de la *regla de Born*. Uno de los aspectos relevantes que puede ser analizado una vez que se ha respondido a esta pregunta es el problema de la medición. Dado que el problema de la medición está directamente relacionado con el carácter lineal de la evolución temporal del estado dada por la ecuación de Schrödinger, la medición de los valores de aquellos conceptos que no presupongan esta ley no se verá afectada por este problema. Si bien esto no responde a todas las preguntas sobre la medición cuántica, indica un primer paso a dar en la dirección hacia una comprensión más acabada de este problema. *Palabras clave:* estructuralismo, mecánica cuántica, problema de la medición

Abstract

In this work I consider some preliminary discussion to a reconstruction of quantum mechanics from a structuralist point of view. I try to answer the question about QM- non theoretical terms, i.e., which magnitudes can be measured independently of *Schrödinger equation* and *Born's rule*. One of the relevant features that can be analyzed once this question is answered is the measurement problem. Since measurement problem is directly related to the linear character of the state temporal evolution given by Schrödinger equation, measurement of values of those concepts which don't presuppose this law won't be affected by this

Recibido: 05/03/2011. Aceptado: 15/05/2012.

* Este trabajo ha sido realizado con la ayuda de los proyectos de investigación PICTR 2006 N° 2007, PICT2007 N° 1558 y PICT 2008 N° 549 de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (Argentina) y PIP N° 112-201101-01135 de Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (Argentina). Agradezco a Olimpia Lombardi y Pablo Lorenzano sus comentarios a una versión previa de este trabajo.

problem. Though this doesn't answer all questions about quantum measurement, constitutes a first step in the direction towards a more thorough understanding of this problem.

Keywords: structuralism, quantum mechanics, measurement problem

1. Introducción

Este trabajo presenta algunas discusiones preliminares a una reconstrucción de la mecánica cuántica desde una perspectiva estructuralista (Balzer, Moulines & Sneed, 1987). El problema del que me ocupo es el siguiente: de acuerdo con la metateoría estructuralista, en toda teoría empírica pueden distinguirse dos componentes fundamentales: en primer lugar, un *núcleo K* correspondiente a varios sistemas de conceptos relacionados de distintas maneras, sobre cada uno de los cuales rige un conjunto de condiciones. Estas condiciones pueden ser identificadas con los axiomas de la teoría. Por otro lado, un conjunto *I* de sistemas empíricos a los que los usuarios de la teoría pretenden aplicar ésta, llamado conjunto de *aplicaciones intencionales*. Un aspecto decisivo de este conjunto de aplicaciones es que los sistemas que contiene pueden ser descriptos por los conceptos de la teoría para los que la determinación de su extensión no presupone las propias leyes teóricas. Estos son los llamados términos *T*- no teóricos de la teoría *T*.

En este trabajo intento responder a la pregunta por los términos *MQ*- no teóricos, es decir qué términos de la mecánica cuántica pueden ser aplicados sin presuponer las leyes de esta teoría; qué magnitudes pueden ser medidas con independencia tanto de la *ecuación de Schrödinger* como de la *regla de Born*. Uno de los aspectos relevantes, aunque no el único, que puede ser analizado una vez que se ha respondido a esta pregunta es el problema de la medición. Desde los orígenes de esta teoría se ha comprendido que éste es uno de los problemas fundamentales en lo que a las discusiones sobre la interpretación de la teoría se refiere (Jammer, 1974, cap. 11; Auletta, 2001, caps. 13-20; Busch, Lahti & Mittelstaedt, 1996; Mittelstaedt, 1998). Dado que el problema de la medición está directamente relacionado con el carácter lineal de la evolución temporal del estado dada por la ecuación de Schrödinger, la determinación de los valores de aquellos términos que no presupongan esta ley no se verá afectada por este problema. Si bien puede que esto no responda a todas las preguntas sobre la medición cuántica, indica, según creo, un primer paso a dar en la dirección hacia una comprensión más acabada de este tipo de procesos. En segundo lugar, la elucidación de la estructura de las aplicaciones intencionales es esencial para formular la *aserción empírica* de la teoría, ya que ésta, en la formulación estructuralista

afirma que cada elemento del conjunto de aplicaciones intencionales puede ser expandido teóricamente de forma que, para las estructuras resultantes valgan las restricciones impuestas por la teoría, esencialmente, leyes y condiciones de ligadura (Balzer, Moulines & Sneed, 1987, § II.7)

No presento aquí una reconstrucción estructuralista completa de todo el aparato conceptual de la mecánica cuántica. Señalo, sin embargo, algunos aspectos centrales a modo de boceto de una futura reconstrucción más exhaustiva. Luego repaso brevemente la teoría cuántica de la medición únicamente con el fin de situar mejor el problema del que me ocupo. Finalmente, presento el problema de los términos MQ- no teóricos y mi propuesta de solución.

2. La formulación de la mecánica cuántica

Los conceptos fundamentales de la mecánica cuántica son los de *estado* y *observable*. Muchos de los libros de texto sobre mecánica cuántica se refieren a aplicaciones típicas de la teoría como “partícula en un potencial” o “partícula libre”, etc (p. ej. Ballentine, 1998; Greiner, 2000). Apegándonos a este uso, aquí consideraremos un dominio básico de *partículas*, donde el único requisito que le exigiremos es que sea un conjunto finito. Cada observable corresponde entonces a una propiedad física de la partícula que tiene un rango de valores posibles llamado el *espectro* del observable.¹ El estado de la partícula permite calcular la *probabilidad* de que un cierto observable tenga un cierto valor de su espectro.

1) Cada *propiedad* (*variable dinámica*, u *observable*) está representada matemáticamente por un *operador autoadjunto* que actúa sobre un espacio de Hilbert \mathcal{H} y los *valores posibles* de la variable dinámica son los *autovalores* del operador.

2) El *estado* está representado por un operador ρ que satisface

$$\begin{aligned} 1) \rho &= \rho^* \\ 2) \langle \psi | \rho | \psi \rangle &\geq 0, |\psi\rangle \in \mathcal{H} \\ 3) \text{Tr} \rho &= 1 \end{aligned}$$

¹ Tanto la afirmación de que los objetos de los que habla la teoría son partículas, como la de que los observables corresponden a propiedades de éstas pueden ser motivos de arduas discusiones que no puedo desarrollar aquí. Una presentación somera del problema de las propiedades de los sistemas cuánticos puede hallarse en Hughes (1989, cap. 6). Una interpretación que no hace referencia a partículas se desarrolla en Lombardi & Castagnino (2008).

En el caso particular en que los estados son puros, el operador de estado es un proyector y pueden, asimismo, representarse por *vectores* $|\psi\rangle \in \mathcal{H}$, tal que $\|\psi\| = 1$ (donde $\|\cdot\|$ es la *norma* del vector $|\psi\rangle$). La representación de los estados mediante operadores es más general², y es la que presento en esta sección. Para la discusión del problema de la medición, excepto en los casos en que sea estrictamente necesario el uso del operador de estado, adoptaré una formulación en términos de vectores.

3) La *probabilidad* de que un observable, representado por el operador A , adquiera el valor dentro del conjunto $X_i \subseteq \mathbb{R}$, dado el estado representado por el operador ρ , es

$$\text{(Regla de Born)} \quad \text{prob}(A: X_i | \rho) = \text{Tr}[\rho P_A(X_i)]$$

donde $P_A(X_i)$ es el proyector correspondiente al subespacio que contiene los autovectores de A con autovalor a_i .

4) La evolución del estado a lo largo del tiempo satisface la *ecuación de Schrödinger*

$$\rho_{(t)} = e^{-iHt/\hbar} \rho_0 e^{iHt/\hbar}$$

donde H es el observable *hamiltoniano* del sistema. Si se eligen como observables primitivos la *posición* Q , el *spin* S , la *carga eléctrica* E , la *masa* M , el *potencial vector* $A(Q, S, E, M)$ y el *potencial escalar* $V(Q, S, E, M)$, los demás observables pueden expresarse como funciones de ellos. En particular, la forma general del hamiltoniano será

$$H = \left(\frac{1}{2M} M \frac{\partial Q}{\partial t} A(Q, S, M, E) \right)^2 + V(Q, S, M, E)$$

Todas las leyes especiales se obtienen como casos particulares de este hamiltoniano. Cabe aclarar aquí que en la teoría que estoy analizando no se toman en consideración efectos relativistas, los campos no están cuantizados y la energía total del sistema es constante. Este último aspecto se refleja en el hecho de que el hamiltoniano no depende del tiempo.

A modo de esbozo de una futura reconstrucción más detallada formulada en términos estructuralistas, puede señalarse que 1) y 2) corresponden a las condiciones de los *modelos potenciales*, es decir, a la especificación del tipo matemático correspondiente a cada uno de los conceptos. Por otro lado, las condiciones 3) y 4) corresponden a las dos leyes de la teoría y determinan la clase de los *modelos*.

² Un tratamiento detallado del estado en términos de operadores puede encontrarse en Ballentine (1998, cap. 2).

3. Teoría cuántica de la medición

En 1998, Peter Mittelstaedt publicó su libro *The Interpretation of Quantum Mechanics and the Measurement Process*, donde establece la relación entre los procesos de medición y el significado de los términos de la teoría. Allí estudia las consecuencias de dos condiciones que se suelen suponer en el análisis de cualquier proceso de medición en física. La primera, que el autor remonta a las discusiones de Einstein sobre la teoría de la relatividad, es que los aparatos de medición deben ser sistemas físicos reales, es decir, sistemas que formen parte de las aplicaciones de alguna teoría física. En mecánica cuántica esta condición fue explícitamente formulada por Bohr (Jammer, 1974; Mittelstaedt, 1998). Por otro lado, dada la pretensión de universalidad de la mecánica cuántica, los sistemas que intervienen en los procedimientos de medición cuánticos deben poder ser tratados también como sistemas cuánticos. Este último requisito fue incorporado por von Neumann en su discusión del proceso de medición incluido en el trabajo sobre los fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica (von Neumann, 1932 [1949], Caps. V - VI).

En la discusión desarrollada por Mittelstaedt, la medición de un observable A de un sistema cuántico S mediante un aparato de medición M se realiza a través de una interacción entre S y M que correlaciona los valores a_i de A en el sistema S con los valores z_j de un observable Z en el aparato M , donde Z suele denominarse “puntero” (*pointer*).

Que la teoría sea universalmente aplicable exige que tanto S como M sean considerados sistemas cuánticos, es decir, las propiedades A y Z de S y M , respectivamente, deben poder ser representadas mediante operadores autoadjuntos en un espacio de Hilbert, con autovalores a_i de A y z_j de Z . Por otra parte, a cada uno de estos sistemas debe corresponderle un estado cuántico $|\psi\rangle_S$ y $|\varphi\rangle_M$ que, mientras no exista interacción, deben evolucionar independientemente de acuerdo con la ecuación de Schrödinger. A su vez, durante el tiempo de la interacción, el estado total $|\Psi\rangle_{S+M}$ del sistema compuesto $S + M$ también debe evolucionar de acuerdo con esta ecuación.

La determinación del estado de S (M) requiere la determinación del valor a_i (z_j) de A (Z) de una única partícula. La repetición de este proceso permite determinar las frecuencias de cada uno de los valores a_i y z_j . A su vez, la determinación de las frecuencias de los valores de distintos observables A , B , etc. de S adecuadamente correlacionados con el observable Z de M permiten reconstruir, a través de la regla de Born, el estado. Cada uno de estos pasos corresponde a uno de los siguientes tipos señalados por Lombardi & Castagnino (2008):

- *Mediciones individuales*: Es un caso singular del proceso de medición. Con cada partícula se obtiene un único valor del puntero del aparato de medición. La única información que proporciona un resultado de este tipo con respecto al estado es que ese valor no está prohibido por el estado del sistema.
- *Medición de frecuencia*: Una repetición del tipo de mediciones anteriores un número N de veces proporciona las frecuencias de cada uno de los valores posibles del puntero y del observable de la partícula correlacionado con aquél. En el caso que se conozca el estado, pueden compararse estas frecuencias con las probabilidades obtenidas a través de la regla de Born, lo que permite poner a prueba la adecuación de la ley especial a la aplicación particular considerada.
- *Medición de estado*: Es una colección de mediciones de las frecuencias obtenidas de los valores de distintos observables que no conmutan entre sí. Este tipo de mediciones requiere la preparación de la partícula en idénticas condiciones, de manera que pueda decirse que se están midiendo las probabilidades de los valores de observables de un conjunto de partículas preparadas en el mismo estado. Sin embargo, el procedimiento de medición debe ser diferente dependiendo del tipo de magnitud que se desea medir (Ballentine, 1998, cap. 8).

De acuerdo con la teoría cuántica de la medición³, la determinación de los valores de las magnitudes de un sistema cuántico S , representado en un espacio de Hilbert \mathcal{H}_S , mediante un aparato M , representado en un espacio de Hilbert \mathcal{H}_M , puede analizarse en tres etapas. En la primera de ellas, la *preparación*, el sistema está en un estado $|\psi_0\rangle_S \in \mathcal{H}_S$ y el aparato está en un estado neutro $|\varphi_0\rangle_M \in \mathcal{H}_M$ que es un autoestado del observable puntero Z del aparato M . Se tiene un observable A del sistema S , que supondré discreto por simplicidad, y que posee autoproyectores $P[|\psi_i\rangle_S]$ y autovalores a_i : $A = \sum_i a_i P[|\psi_i\rangle_S]$.

Los sistemas S y M son, en esta primera etapa, independientes en el sentido de que no existe interacción entre ellos ni correlación entre sus estados o sus valores. El sistema total puede ser descrito por el estado $|\Psi_0\rangle_{S+M} = |\psi_0\rangle_S \otimes |\varphi_0\rangle_M \in \mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_M$.

En la segunda etapa, llamada *premedición* o *interacción*, S y M interaccionan a través de un hamiltoniano H_{int} que actúa sobre $|\Psi_0\rangle_{S+M} = |\psi_0\rangle_S \otimes |\varphi_0\rangle_M$ durante un intervalo $0 \leq t \leq t'$. Durante este intervalo, el estado

³ En lo que resta de esta sección presento la teoría cuántica de la medición y el problema asociado a ésta siguiendo estrechamente a Mittelstaedt (1998, cap. 2 y 4 respectivamente).

cambia $|\Psi\rangle_{0/S+M} \rightarrow |\Psi\rangle_{1/S+M} = U_t |\Psi\rangle_{0/S+M}$ y esta evolución puede ser descrita mediante un operador unitario $U_t = e^{-iH_{int}t/\hbar}$.

En la tercera etapa la interacción entre sistema y aparato es nula pero sus estados han quedado correlacionados. Por lo tanto, los valores registrados del puntero proporcionan información sobre el estado del aparato y/o del sistema. Sin embargo, no es posible expresar $|\Psi\rangle_{1/S+M}$ como un producto $|\psi\rangle_S \otimes |\varphi\rangle_M$, pero pueden definirse dos estados $\rho^S = \text{Tr}_M P[|\Psi\rangle_{1/S+M}]$ y $\rho^M = \text{Tr}_S P[|\Psi\rangle_{1/S+M}]$ de forma que el valor esperado de un observable A de S en el estado ρ^S sea igual al valor esperado de un observable $A_S \otimes \mathbb{I}_M$ de S + M en el estado $|\Psi\rangle_{1/S+M}$.

Ahora bien, si

$$|\Psi\rangle_{S+M} = \sum_i c_i |\psi_i\rangle_S \otimes |\varphi_i\rangle_M$$

es una descomposición biortogonal de $|\Psi\rangle_{S+M}$ en estados ortonormales $|\psi_i\rangle_S \otimes |\varphi_i\rangle_M \in \mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_M$, tales que $|\psi_i\rangle_S \in \mathcal{H}_S$ y $|\varphi_i\rangle_M \in \mathcal{H}_M$, los estados reducidos ρ^S y ρ^M pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\rho^S = \sum_i |c_i|^2 |\psi_i\rangle_S \langle \psi_i|_S$$

$$\rho^M = \sum_i |c_i|^2 |\varphi_i\rangle_M \langle \varphi_i|_M$$

En esta situación, si $A_S = \sum_i a_i |a_i\rangle_S \langle a_i|_S$ es un observable sobre \mathcal{H}_S con autoestados $|a_i\rangle_S$ y autovalores a_i , puede formularse la siguiente

Interpretación por ignorancia de ρ^S : Se puede asignar hipotéticamente un valor a_i de A_S al sistema S en el estado ρ^S , tal que el valor a_i se asigna al sistema con probabilidad $\text{prob}(A:a_i|\rho^S) = p_i$.

Si el observable A_S de S en el estado ρ^S tiene un valor determinado, el observable $A_{S+M} = A_S \otimes \mathbb{I}_M$ del sistema compuesto S + M en el estado $|\Psi\rangle_{S+M}$ debería tener un valor definido. Bajo la interpretación por ignorancia, una medición de A_{S+M} sobre el sistema S + M en el estado $|\Psi\rangle_{S+M}$ conduciría al estado mezcla

$$\rho_m = \sum_i |c_i|^2 |\psi_i\rangle_S \langle \psi_i|_S \otimes |\varphi_i\rangle_M \langle \varphi_i|_M$$

Pero esto implica que, para un observable arbitrario $B_{S+M} = \sum_i b_i |b_i\rangle_{S+M} \langle b_i|_{S+M}$ del sistema compuesto, la probabilidad de que el observable B tenga el valor b_i , cuando el sistema S + M se encuentra en el estado ρ_m , $\text{prob}(B:b_i|\rho_m)$,

$$\text{prob}(B:b_i|\rho_m) = \text{Tr}(\rho_m |b_i\rangle_{S+M} \langle b_i|_{S+M}) \quad (1)$$

En contraste con este resultado, según el formalismo de la mecánica cuántica, dado el estado $\rho_{S+M} = |\Psi\rangle \langle \Psi|_{S+M}$ original:

$$\rho_{S+M} = \sum_i |c_i|^2 |\psi_i\rangle_S \langle \psi_i|_S \otimes |\varphi_i\rangle_M \langle \varphi_i|_M + \text{TI} = \rho_m + \text{TI}$$

donde TI son términos de interferencia, la probabilidad $\text{prob}(B:b_i|\rho_{S+M})$ resulta

$$\text{prob}(B:b_i|\rho_{S+M}) = \text{Tr}(\rho_{S+M} |b_i\rangle_{S+M} \langle b_i|_{S+M}) = \text{Tr}([\rho_m + \text{TI}] |b_i\rangle_{S+M} \langle b_i|_{S+M}) = \text{Tr}([\rho_m] |b_i\rangle_{S+M} \langle b_i|_{S+M}) + \text{Int} \quad (2)$$

donde *Int* es la componente no clásica de las probabilidades cuánticas.

Comparando las ecuaciones (1) y (2), queda claro que las probabilidades calculadas sobre la base de la interpretación por ignorancia son incompatibles con las probabilidades calculadas de acuerdo con el formalismo ortodoxo de la mecánica cuántica. Este resultado vale, en particular, para el observable puntero Z del aparato de medición M : no es en general posible atribuir un valor z_k del observable Z al aparato M en el estado ρ^M . En consecuencia, la mecánica cuántica no puede explicar el resultado de sus mediciones, lo que constituye uno de los problemas más serios en los fundamentos de esta teoría.

En la sección siguiente me ocuparé del problema mencionado en la *Introducción*, suscitado por la aplicación de la distinción entre términos T-teóricos y T- no teóricos del estructuralismo. Si se aplica esta distinción al análisis de los términos de la mecánica cuántica, esto significa que deben existir en esta teoría términos que poseen métodos de medición que no presuponen ni la ecuación de Schrödinger ni la regla de Born. Esta independencia metodológica en la determinación de los valores de estos términos, puede señalar una posible salida al problema de la medición en la medida en que, si es precisamente de esos valores de los que la teoría pretende dar cuenta, la interpretación de las demás magnitudes debe construirse sobre esa base.

4. Aplicaciones intencionales

Cuando se intentan identificar los términos MQ- no teóricos, el primer paso natural es considerar las magnitudes básicas de la teoría: estados y observables. Los estados, como se vio, están representados en el caso general por operadores autoadjuntos positivos de traza igual a uno. Conociendo el estado es posible determinar las probabilidades asignadas a los valores de los observables cuánticos. Parece razonable admitir que el término ‘estado cuántico’ es MQ- teórico, puesto que las características de los estados cuánticos son completamente ajenas a toda teoría física no cuántica. Particularmente, un estado es una medida, en el sentido matemático (Prugovecki, 1982, cap. II), sobre el conjunto de los subespacios de un espacio de Hilbert asociados a los *eventos cuánticos* del tipo “el observable A de la partícula p tiene el valor a ” y este tipo de estructura no aparece asociada a ninguna otra teoría no cuántica. Por último, la determinación empírica del estado de un sistema cuántico presupone correlacionar las frecuencias de los eventos cuánticos con el estado. Pero esto sólo es posible a través de la regla de Born que es una de las leyes fundamentales de la teoría.

En cuanto a los observables, el término ‘posición’, por ejemplo, parece referir a una propiedad bien conocida, que interviene en otras teorías no cuánticas de un modo significativo. Sin embargo, la propiedad “posición cuántica” no puede sencillamente identificarse con la propiedad “posición clásica” en la medida en que ambas propiedades poseen características claramente diferentes, e incluso se representan mediante objetos matemáticos distintos. Mientras que la posición en la mecánica clásica o en la relativista (de la teoría de la relatividad especial) es una función que le asigna a cada partícula un vector real en el espacio euclídeo tridimensional o en el espacio-tiempo, respectivamente, en la mecánica cuántica es un operador autoadjunto en un espacio de Hilbert asociado a eventos del tipo “la partícula p se encuentra en la región e del espacio físico E ”. A cada uno de estos eventos, la teoría sólo le asigna una medida de su posibilidad de ocurrencia a través del estado. De este modo, la determinación de la posición de un sistema cuántico es, en realidad, una determinación del estado en relación a los eventos mencionados. Dado que el estado es teórico, el observable cuántico “posición” también debe serlo. No es necesario insistir en que, dado que todas las magnitudes cuánticas tienen estas mismas propiedades matemáticas, este argumento puede aplicarse a cada una de ellas. No obstante, es difícil renunciar a todo tipo de relación entre “posición cuántica” y “posición clásica”. El primer paso en esta dirección consiste en diferenciar entre los observables —clásicos o cuánticos— y sus valores. Una interpretación natural de esta diferencia consiste en postular que los observables de una teoría física representan lo que suele designarse como ‘propiedades-tipo’, mientras que los valores de un observable dado representan las llamadas ‘propiedades-caso’ de la propiedad-tipo correspondiente. Desde esta perspectiva se puede decir que la propiedad-tipo “posición cuántica” y “posición clásica” son totalmente diferentes: mientras que en mecánica clásica la propiedad-tipo “posición cuántica” es nombrada por el término ‘ Q ’, que designa un operador sobre un espacio de Hilbert, en mecánica clásica la propiedad-tipo “posición clásica” es nombrada por el término ‘ q ’, que designa una función del estado clásico, representado por un punto en el espacio de las fases del sistema. Sin embargo, cuando se consideran las propiedades caso, esta profunda diferencia parece desvanecerse. Si “ $q = 3 \text{ cm}$ ” es una propiedad-caso de la propiedad-tipo “posición clásica” (valor de la función q), ella no parece diferir esencialmente de la propiedad-caso “ $q = 3 \text{ cm}$ ” de la propiedad-tipo “posición cuántica” (el evento asociado al autovalor del operador Q). Si una teoría de la medición, independiente de las leyes de toda teoría mecánica, brinda al término “ $q = 3 \text{ cm}$ ” de la mecánica clásica su significado, la misma teoría de la medición brindará su

significado —en particular, el mismo significado— al término “ $q = 3 \text{ cm}$ ” de la mecánica cuántica.

En otras palabras, si en una medición cuántica —un experimento de Stern-Gerlach, por ejemplo (Greenberger, Hentschel & Weinert, 2009, p. 746)— se comprueba la ocurrencia del evento “ $q = 3 \text{ cm}$ ” correspondiente al autovalor 3 del observable Q —por ejemplo, una mancha sobre la pantalla detectora a 3 cm del punto central de la pantalla que actúa como detector—, dicho valor será determinado mediante un proceso de medición de distancias que no difiere en modo alguno del proceso análogo en una medición clásica de posición. Sobre esta base, puede sostenerse que los términos MQ -no teóricos no deben buscarse entre los términos que designan los observables de un sistema cuántico —representados por operadores—, sino entre los términos que designan los *eventos* asociados a los *valores* de tales observables cuánticos —representados por los autovalores de tales operadores—, pues son ellos los que designan propiedades-caso que no difieren de sus contrapartidas clásicas al momento de la medición.

En cuanto al tiempo, dado que esta magnitud no está representada por un operador sino que es un parámetro, puede interpretarse sin problemas como un término MQ -no teórico.

Podría pensarse que para el momento lineal, por ejemplo, puede establecerse una situación análoga a la de la posición, siendo MQ -no teóricos los autovalores del momento. En efecto, el momento es una magnitud mecánico clásica teórica y, por lo tanto, la determinación del momento puede hacerse presuponiendo las leyes de la mecánica clásica. Los valores así obtenidos corresponderían a los autovalores del momento cuántico y de manera similar con la masa, la energía, el momento angular, etc. Sin embargo, esta determinación presupone la validez de las leyes de la mecánica clásica, lo que es incompatible con presuponer, a la vez, la validez de las leyes de la mecánica cuántica. Es decir, existirán casos en que los resultados de la medición no coincida con el valor predicho por la teoría, lo que indica que tal aplicación no es un modelo de la mecánica clásica. Aún cuando efectivamente pudiera establecerse algún tipo de relación global entre mecánica cuántica y mecánica clásica que permitiera este tipo de “traspaso de información” de una a otra esto requiere una justificación razonable al problema del límite clásico de la mecánica cuántica que no ha sido dada aún de manera completamente satisfactoria.

De esta forma, parece que debemos aceptar la conclusión de que los términos MQ -no teóricos corresponden al conjunto de partículas, al tiempo, el espacio, y los eventos asociados a los autovalores del operador de posición. Si este análisis es correcto, se presenta la siguiente situación que ya

señalamos en relación con el problema de la medición. Los términos MQ- no teóricos pueden medirse con independencia de las leyes de la teoría. Por lo tanto, serían las frecuencias de los eventos designados por estos términos los que habrían motivado históricamente el desarrollo de la teoría; de éstas es de lo que debería dar cuenta la nueva mecánica.

Llamaré al conjunto de *partículas* P. Este conjunto no contiene solamente los átomos, los electrones, neutrones, moléculas, etc. que constituyen las aplicaciones usuales de la teoría sino también todo aquello con lo que los sistemas bajo estudio puedan interactuar durante el proceso de medición excepto los campos; en particular, el puntero del aparato de medición. Evidentemente podrían incluirse los dispositivos de preparación y detección macroscópicos pero esto no interesa por el momento. Llegado el caso que quisiera aplicarse todo el aparato conceptual de la mecánica cuántica a estos objetos macroscópicos puede, al menos en principio, tratárselos como sistemas de muchas partículas, por ejemplo en el estudio de la estructura atómica de los sólidos. De momento sólo interesan como instrumentos para fijar las coordenadas espaciales y temporales. Debe incluirse también entre los conceptos básicos MQ- no teóricos al *espacio* E y al *tiempo* T con su correspondiente representación matemática mediante \mathbb{R}^3 y \mathbb{R} respectivamente.

Dado el uso esencial de la teoría de la probabilidad para la mecánica cuántica, se define un conjunto de *eventos elementales* $\Omega = \{\langle x, y \rangle \mid x \in P \wedge y \in E\}$, donde cada elemento de Ω corresponde a un evento expresado por la proposición “la partícula x está en el punto y del espacio”. Las estructuras no teóricas a las que se aplica la mecánica cuántica son las siguientes:

$x = \langle P, E, T, f, g, \Omega, \beta(\Omega), prob \rangle$ es un sistema mecánico cuántico parcial ($x \in \mathbf{M}_{pp}(\mathbf{MQ})$) si y sólo si existen P, E, T, f, g, Ω , $B(\Omega)$, *prob* tales que:

- (1) $P \neq \emptyset$, y es finito
- (2) $E \xleftrightarrow{f} \mathbb{R}^3$, f es biyectiva
- (3) $T \xleftrightarrow{g} \mathbb{R}$, g es biyectiva
- (4) $\Omega \subseteq P \times E$
- (5) $B(\Omega) \subseteq \text{Po}(\Omega)$ son los conjuntos de Borel de Ω
- (6) *prob*: $B(\Omega) \times T \times B(\Omega) \times T \rightarrow [0, 1]$ tal que:
 - (6.1) $0 \leq prob(a, t \mid b, t_0) \leq 1, \forall a, b \in B(\Omega)$
 - (6.2) $prob(a, t \mid a, t) = 1, \forall a \in B(\Omega)$
 - (6.3) $prob(\cup_i a_i, t \mid b, t_0) = \sum_i prob(a_i, t \mid b, t_0), \forall a_i \in B(\Omega)$ tal que $a_i \cap a_j = \emptyset$, si $i \neq j$

Aquí, *prob* debe ser entendida como la probabilidad de que el evento $a \in B(\Omega)$ ocurra en el tiempo t dado que el evento $b \in B(\Omega)$ ocurre en un tiempo t_0 anterior.

La aplicación de estas estructuras tiene las siguientes características. En cada medición individual un detector que tiene una posición determinada se activa o no. Esta activación es atribuida a la presencia de una partícula que ejemplifica el tipo de sistema bajo estudio (por ejemplo, un electrón). Desde el punto de vista de la medición, esto permite determinar el valor de verdad de la proposición “la posición de la partícula p es e ”, posición que está correlacionada con la posición del detector. La posición del detector debe ser, por un lado, distinguible macroscópicamente pero, a la vez, debe ser suficientemente preciso como para distinguir cada uno de los valores posibles del observable del sistema que se está estudiando. La repetición del experimento en idénticas condiciones permite determinar las frecuencias de la localización de cada partícula en los distintos puntos del espacio.

Cada etapa del experimento puede ser tratada por separado. Es decir, se puede determinar la probabilidad de que una partícula que forma parte de cierto dispositivo (por ejemplo, un átomo que forma parte de un gas en un recipiente) sea emitida en cierta dirección. Luego se puede determinar la probabilidad de que la partícula llegue a interactuar con otro dispositivo (un cristal, un campo magnético, un gas, etc.). Luego la probabilidad de que sea dispersado en cierta otra dirección y que sea detectado en cierta región del espacio. De este modo, un experimento puede ser reconstruido esquemáticamente en términos de los conceptos MQ- no teóricos de la siguiente manera.

Preparación: La etapa de preparación determina la situación inicial del experimento. Limitando el análisis a la descripción en términos de coordenadas espaciales y temporales, durante la preparación las partículas están confinadas a una región espacial dada por el dispositivo de preparación. Por ejemplo, la superficie de una placa metálica que puede emitir electrones o un volumen de una sustancia radiactiva que emite partículas alfa o un horno que prepara un volumen de un gas de plata en el experimento de Stern y Gerlach, etc. En muchas ocasiones, la emisión de estas partículas por el dispositivo es filtrada para seleccionar aquellas que se desplazan en cierta dirección de interés. De este modo, la etapa de preparación concluye cuando se selecciona el subconjunto apropiado de partículas para las etapas posteriores del experimento.

Etapas intermedias: El número de etapas intermedias dependerá del tipo de experimento que se esté llevando a cabo. En general, la partícula pasa alternativamente por etapas donde no hay interacciones y etapas donde hay interacciones de diverso tipo. Lo importante a destacar aquí es que cada etapa comienza con la familia de eventos con la que finaliza la etapa inmediata anterior que proporciona, de este modo, la condición antecedente

para las probabilidades condicionales. Estas probabilidades de encontrar a la partícula en el punto $x \in E$ en el instante $t \in T$ dado que se encontraba en $y \in E$ en el instante t_0 , pueden muchas veces determinarse empíricamente colocando un detector en cada etapa y analizando cómo varían a lo largo de cada una de ellas trasladando o rotando los detectores.

Detección: En esta etapa se determinan empíricamente las frecuencias de respuesta de los detectores que están localizados en algún punto del espacio.

Antes señalé que el detector puede ser considerado como una partícula (o un sistema de partículas). La característica relevante que debe tener, dada la discusión sobre las estructuras no teóricas, es que debe estar bien localizado en el espacio y esta localización no debe variar con el tiempo. Es decir, debe haber un detector con estas características en cada región del espacio con probabilidad no nula de detectar un átomo como los que se estén analizando, o un detector que cubra toda la región del espacio relevante. Esta condición está en relación con el hecho de que son precisamente estas localizaciones las que pueden determinarse independientemente de la teoría, la cual, a su vez, debe dar cuenta de la frecuencia de respuesta de cada uno de los detectores o de cada uno de los puntos del detector. Si se pretende brindar una respuesta satisfactoria al problema de la medición, ésta es una condición indispensable que debe cumplirse.

Esta condición se refleja en la teoría exigiendo que el observable posición del detector conmute con el hamiltoniano. Esto sólo es posible en el caso en que el detector se encuentre dentro de una caja de potencial, con energía potencial tendiendo a cero dentro de la caja y a infinito fuera de ella, de forma que la probabilidad de que el detector esté fuera de la caja sea, prácticamente, cero. Un sistema compuesto por un número N muy grande de partículas que interactúan entre sí (un sistema macroscópico) cumplirá adecuadamente con estas características.

5. Conclusiones

La propuesta presentada aquí constituye sólo un primer paso de una enorme tarea que queda por delante: la reconstrucción de la estructura de la mecánica cuántica de acuerdo con el enfoque estructuralista y la discusión, una vez hecho esto, de los distintos problemas relacionados con los fundamentos de la mecánica cuántica. A pesar de esto, considero que el problema abordado es fundamental para esta tarea. En un sentido, representa una ampliación del dominio de aplicaciones del estructuralismo que no cuenta, hasta donde sé, con un análisis sistemático sobre la mecánica

cuántica. Además, como indiqué en la introducción, la identificación de las aplicaciones intencionales de la teoría es un paso fundamental para la formulación, una vez reconstruidos los elementos teóricos en forma completa, de la aserción empírica de la teoría. Finalmente, desde luego constituye un intento de contribución al complejo mundo de las interpretaciones de esta teoría. En especial, he indicado una posible vía de solución al problema de la medición cuántica. Desde luego, la viabilidad de esta solución debe ser explorada en detalle. Creo que el estructuralismo ha mostrado en los cuarenta años que lleva de existencia que es un marco suficientemente rico y fructífero como para contribuir significativamente a estas discusiones.

Referencias bibliográficas

- Auletta, G. (2001). *Foundations and Interpretation of Quantum Mechanics*. Singapore: World Scientific.
- Ballentine, L. E. (1998). *Quantum Mechanics: a Modern Development*. Singapore: World Scientific.
- Balzer, W. (1997). *Teorías Empíricas: modelos, estructuras y ejemplos. Los elementos fundamentales de la Teoría Contemporánea de la Ciencia*. Versión española de Agustín Gonzalez Ruiz. Madrid: Alianza.
- Balzer, W., Moulines, C. U. & Sneed, J. (1987). *An Architectonic for Science: The Structuralist Program*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Braginsky, V. B. & Khalili, F. Y. (1992). *Quantum Measurement*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bub, J. (1997). *Interpreting the Quantum World*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Busch, P., Lahti, P. & Mittelstaedt, P. (1996). *The Quantum Theory of Measurement*, 2º edición. Berlin: Springer-Verlag.
- Butterfield J. & Earman J. (eds.) (2007). *Philosophy of Physics*, 2 volúmenes. Amsterdam: Elsevier.
- Diez, J. A. & Lorenzano, P. (eds.) (2002). *Desarrollos Actuales de la Meta-teoría Estructuralista: Problemas y Discusiones*. Universidad Nacional de Quilmes: Buenos Aires.
- Greenberger, D., Hentschel, K. & Weinert, F. (eds.) (2009). *Compendium of Quantum Physics. Concepts, Experiments, History and Philosophy*. Berlin: Springer.
- Greiner, W. (2000). *Quantum Mechanics. An Introduction*, 4º ed.. Berlin: Springer.

- Hughes, R. I. G. (1989). *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*. Cambridge: Harvard University Press.
- Isham, C. J. (1995). *Quantum Theory: Mathematical and Structural Foundations*. London: Imperial College Press.
- Jammer, M. (1974). *The Philosophy of Quantum Mechanics: the Interpretations of Quantum Mechanics in Historical Perspective*. New York: John Wiley & Sons.
- Lombardi, O. & Castagnino, M. (2008). "A modal-Hamiltonian interpretation of quantum mechanics". *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 39: 380-443.
- Mittelstaedt, P. (1998). *The Interpretation of Quantum Mechanics and the Measurement Process*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Peres, A. (2002). *Quantum Theory: Concepts and Methods*. New York-Boston-Dordrecht-London-Moscow: Kluwer Academic Publishers.
- Prugovecki, E. (1981). *Quantum Mechanics in Hilbert Space*, 2º ed. New York: Academic Press.
- Sakurai, J. J. (1994). *Modern Quantum Mechanics*. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company.
- Sneed, J. D. (1966). "Von Neumann's argument for the projection postulate". *Philosophy of Science*, 33: 22-39.
- Sneed, J. D. (1970). "Quantum mechanics and classical probability theory". *Synthese*, 21: 34-64
- Sneed, J. D. (1971). *The Logical Structure of Mathematical Physics*. Dordrecht: Reidel.
- Von Neumann, J. (1932). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Berlin, Springer. (Traducción castellana [1949]. *Fundamentos Matemáticos de la Mecánica Cuántica*. Madrid: Publicaciones del Instituto de Matemáticas "Jorge Juan").